Análise multivariada de imagens

Segundo definido por Geladi e Grahn (1996), imagem é uma reprodução de um objeto real ou cena, preservada em um meio. Podemos citar como exemplos de imagens: uma pintura a óleo, uma aquarela, uma fotografia, uma escultura. Para propósitos científicos, as imagens sempre são realizadas com o objetivo de expressar algumas propriedades objetivas do objeto ou cena de interesse [1]. Para que uma imagem seja utilizada em trabalhos científicos esta deve ser expressa como uma função matemática. No entanto, esta função matemática é normalmente extremamente complexa para uma imagem contínua o que torna sua obtenção e tratamento tarefas de difícil execução. Deste modo, a função matemática contínua que descreve a imagem é convertida em uma função discreta através da digitalização da imagem. No processo de digitalização uma imagem contínua é transformada em uma imagem digital que consiste em uma estrutura quadriculada onde cada quadrado recebe o nome de *pixel* o qual possui um valor de intensidade correspondente. Os *pixels* podem ter perfil quadrado, retangular ou qualquer outro formato, mas, normalmente são utilizados *pixels* quadrados. As imagens digitais podem ter duas dimensões (2D) mas podem tem três ou mais dimensões (3D e 4D), por exemplo, imagens de ressonância magnética nuclear ou imagens 3D evoluindo ao longo do tempo. O número de *pixels* de que é formada a imagem digital define a resolução espacial desta. Normalmente são utilizados valores de resolução espacial de 256x256, 512x512, 1024x1024, 2046x2046 pixels. Quando o valor de resolução espacial é muito reduzido, em torno de 32x32 pixels, as imagens perdem muito da definição e se transformam em uma coleção de quadrados. A resolução da intensidade de um *pixel* numa imagem digital pode ter vários valores dependendo da área de aplicação. Por exemplo: para imagens radiológicas na área médica, historicamente, tem-se utilizado valores de intensidade inteiros variando de 0 a 4095; para imagens químicas são utilizados valores reais com precisão decimal de até 8 dígitos; para imagens fotográficas são utilizados valores inteiros de 0 a 255. Deve-se ter em mente que quanto maiores forem as resoluções espacial e de intensidade de uma imagem digital, maiores serão os recursos computacionais necessários para seu processamento.

No processo de aquisição das imagens científicas são utilizadas uma das três técnicas, projeção, varredura ou tomografia. Alguns métodos são uma combinação de projeção e varredura. A projeção é a técnica normalmente usada na obtenção das fotografias e consiste na projeção da cena, através de uma objetiva, num material sensível a radiação ou detector. Os métodos que utilizam a projeção possuem a desvantagem de produzir imagens com aberrações provenientes da objetiva. Estas aberrações podem ser conhecidas e controladas mas nunca eliminadas completamente. Na técnica de escaneamento o objeto a ser estudado é colocado entre a fonte de radiação e o detector. O objeto (ou detector, ou então a fonte de radiação) é movido ao longo da região que se deseja estudar. A imagem é construída registrando-se a resposta do detector e a respectiva posição do objeto. Nesta técnica pode ser utilizado um único detector ou então múltiplos detectores. As vantagens desta técnica em relação a projeção são a eliminação das aberrações da objetiva e um controle melhor da radiação incidente (iluminação). A terceira técnica de obtenção de imagens é a tomografia. Nesta técnica é medida a atenuação linear da radiação proveniente da fonte pelo objeto. Mudando-se o caminho que a radiação percorre ao longo do objeto obtêm-se várias medidas de atenuação que são utilizadas na construção da imagem do volume. Nesta técnica é possível a obtenção de imagens tridimensionais. A tomografia pode ser baseada, também, na radiação emitida pelo interior do objeto ou então nos gradientes do campo magnético no interior do objeto. Pode ser utilizado um detector único ou múltiplos detectores. Exemplos de aplicações da tomografia são a tomografia de raios X e a tomografia por ressonância magnética nuclear.

O conceito de imagem multivariada está ligada a presença de vários canais (respostas) para o valor de intensidade do *pixel* [1][2] e seu desenvolvimento surgiu com o uso de imagens coloridas na microscopia ótica e continuou com a introdução de imagens espectrais nas várias áreas da ciência. Uma imagem multivariada consiste no empilhamento de imagens onde cada imagem é medida a um diferente comprimento de onda ou energia. Desta maneira, uma imagem multivariada 2D é, normalmente, apresentada como matriz de terceira ordem e é o caso mais simples de imagem multivariada. Para imagens tridimensionais, a matriz passa a ser de quarta ordem. Se o experimento é realizado com acompanhamento ao longo do tempo, a matriz que descreve o sistema passa a ser de quinta ordem. Na representação da matriz de uma imagem multivariada utiliza-se letra maiúscula sublinhada, por exemplo $\underline{\mathbf{G}}$. As dimensões horizontal e vertical da matriz são representadas pelas letras *i* e *j*, respectivamente. A letra *k* é, normalmente, utilizada para representar a dimensão das variáveis de intensidade. Em imagens multi-temporais – com acompanhamento ao longo do tempo – utiliza-se a letra m para a dimensão do tempo. Em imagens tridimensionais, é utilizado a letra h, além das letras *i* e *j*, para representar a terceira dimensão. Uma característica básica de uma imagem multivariada é a congruência – um *pixel* em uma posição da cena na imagem de um dado canal deve-se encontrar na mesma posição para todos os outros canais [2]. Vários métodos podem ser utilizados para produzir imagens multivariadas. Nas Tabelas 1 e 2 estão listados métodos capazes de produzir imagens multivariadas 2D e 3D.

Tabela 1 - Métodos com capacidade produzir imagens multivariáveis 2D (superfície)

Variável	***Método***
Radiação eletromagnética	
Visível e UV	Microscopia
	Fluorescência (microscopia)
	Macroscopia
	Astronomia
	Imagens de satélite
MID e NIR	Macroscopia
	Microscopia
	Imagem de satélites
	Astronomia
Ondas de rádio	Radar
	Astronomia
Raios X	Microscopia eletrônica
	PIXE
	Microscopia de raios X

Variável	***Método***
Ultrassom	Imagens de ultrassom
	Microscopia acústica
Massa atómica	Microscopia iônica (SIMS)
Energia eletrônica	Microscopia eletrônica (EELS)
Gravidade	Mapeamento geofísico de MPS[a]
Campo magnético	Mapeamento geofísico de MPS[a]

[a]Material particulado em suspensão no ar ambiente
Fonte: Geladi et al., 1996

Tabela 2 - Métodos com capacidade de produzir imagens multivariáveis 3D (volume)

Variável	***Método***
Eletromagnética	
Raios X	Tomografia de raios X
Ondas de rádio	Imagens de ressonância nuclear magnética
Visível e UV	Microscopia confocal
Marcadores químicos	Tomografia de emissão de prósitons
	Tomografia computadorizada de emissão de fótons simples
Contraste químico	Imagens de ressonância nuclear magnética

Fonte: Geladi et al., 1996

A cor é uma propriedade de grande importância nas industrias alimentícias, textil, fotografia, em publicações, na propaganda, e muitas outras aplicações. As cores podem ser simuladas através da mistura de três cores, chamadas primárias. Para o caso da televisão são utilizadas as cores vermelha, verde e azul (RGB). Nos processos de impressão são, normalmente, utilizadas as cores: ciano, o carmim e o amarelo. Nas telas de computador, as cores são, normalmente, representadas pela combinação de três imagens univariadas. Uma para o vermelho, uma para o verde e uma para o azul. Isto significa que cada *pixel* é representado por três *bytes* de oito *bits* cada, totalizando 24 *bits*. Como um *byte* pode expressar inteiros entre 0 e 255, teremos um total de 256x256x256, ou seja, 16 777 216 x 10^6 combinações possíveis de cor. Na análise de imagens, geralmente, é realizada a decomposição da imagem colorida em imagens de cores primárias gerando três imagens que serão processadas como uma imagem multivariada.

Várias operações podem ser realizadas durante o processo de análise de imagens multivariadas. Quando as operações levam a formação de nova imagem, a transformação é chamada de processamento de imagem. Se as operações levam a redução dos dados para chegar-se a conclusões sobre o sistema, da-se o nome de análise de imagens. Por exemplo, em imagens médicas o resultado final da análise não é uma imagem e sim o diagnóstico do mal que afrige o paciente.

Um processamento normalmente utilizado nas imagens multivariadas é o escalamento linear ou então o escalamento não linear. O escalamento é, normalmente, conhecido como operações de pré-tratamento dos dados. Exemplos de escalamento linear são: centrar na média, escalamento pelo desvio padrão, escalamento pela variância. O escalamento não linear geralmente é aplicado quando têm-se um modelo físico que apresenta uma resposta não linear. Por exemplo, muitos equipamentos medem a transmissão da energia, a transformação da resposta para absorvância seguindo a lei de Beer-Lambert, através de um escalamento logarítmico, pode ser útil se tem-se como objetivo correlacionar os dados com a concentração de constituintes. Outra aplicação do escalamento não linear é quando a imagem apresenta um histograma assimétrico. Nestes casos, a aplicação de um logaritmo, raiz quadrada ou outros expoentes, pode levar a resultados visuais mais objetivos.

Embora, imagens multivariadas sejam matrizes de no mínimo terceira ordem, devemos lembrar que pelo menos uma das dimensões é diferente das restantes. Para o caso de uma imagem 2D, por exemplo, duas das dimensões da matriz são usadas para descrever a imagem (chamadas variáveis geométricas ou variável de pixel) e a terceira é utilizada para a variável intensidade que pode ser comprimento de onda, energia do elétron, massa, etc. Isto deve ser levado em conta quando realiza-se operações com as imagens. Deste modo, pode-se definir operadores ao longo da variável de intensidade ou ao longo das variáveis geométricas. Por exemplo para a média e desvio padrão calculados ao longo da variável de intensidade de uma imagem 2D temos:

$$m_k = \bar{g}_k = [1/(IJ)] \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} g_{ijk} \tag{1}$$

$$s_k = [(\sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} (g_{ijk} - \bar{g}_k)^2)/(IJ-1)]^{\frac{1}{2}} \tag{2}$$

O resultado das Equações 1 e 2 é um escalar para cada imagem. Para um conjunto de imagens temos os vetores ***m*** e ***s***. Para o caso da média e desvio padrão calculados ao longo das variáveis geométricas temos:

$$\bar{g}_{ij} = (1/K)\sum_{k=1}^{K} g_{ijk} \quad \text{média para o } \textit{pixel} \text{ [i,j]} \tag{3}$$

$$s_{ij} = \{[1/(K-1)][\sum_{k=1}^{K}(g_{ijk} - \bar{g}_{ij})^2]\}^{1/2} \quad \text{desvio padrão para o } \textit{pixel} \text{ [i,j]} \tag{4}$$

Juntando os resultados das Equações 3 e 4 para todos os *I x J* temos como resultado as matrizes **M** e **S**, que são a imagem média e a imagem de desvio padrão, respectivamente.

Quando o interesse recai sobre a variável de intensidade, e as variáveis geometricas podem ser ignoradas, a imagem pode ser reorganizada em uma matriz com dimensões menores. Por exemplo, para o caso de uma imagem multivariada, descrita por uma matriz de terceira ordem **<u>G</u>** de dimensões, I, J e K, pode-se rearranjar a matriz em uma nova matriz de dimensões [IxJ] e K. Para a maior parte dos casos IxJ é extremamente grande e K é relativamente pequeno.

$$\underline{\boldsymbol{G}} \circledR \rightarrow \boldsymbol{G} \qquad ou\ o\ inverso \qquad \boldsymbol{G} \circledR^{-1} \rightarrow \underline{\boldsymbol{G}} \tag{5}$$

Onde o símbolo ® → significa “reorganização” e o seu inverso $®^{-1}$ →.

Uma das ferramentas mais importantes no estudo de imagens multivariadas é a análise de componentes principais (PCA). O cálculo do PCA de uma matriz de imagens 2D, **<u>G</u>**, é feito calculando-se primeiramente os *loadings* da matriz. Os *loadings* são calculados a partir do produto cruzado da matriz **G** pela inversa de **G**.

$$\boldsymbol{Z} = \boldsymbol{G}'\boldsymbol{G} \tag{6}$$

A matriz quadrada **Z** pode ser decomposta no produto da matriz de *loadings* **P** e uma matriz diagonal **D**.

$$Z = PDP' \qquad (7)$$

Os *scores* do PCA são, assim, calculados a partir dos *loadings* e a matrix reorganizada **G**.

$$\boldsymbol{t}_a = \boldsymbol{G}\boldsymbol{p}_a \qquad a = 1, \ldots, A \qquad (8)$$

Onde $\boldsymbol{p}_a$ é um vetor de tamanho Kx1, e $\boldsymbol{t}_a$ é um vetor de dimensões [IxJ]x1. O vetor $\boldsymbol{t}_a$ pode ser reorganizado numa matriz $\boldsymbol{T}_a$ de dimensões IxJ, que são as dimensões da imagem original. Assim, temos uma imagem de *scores*.

$$\boldsymbol{t}_a \text{®}^{-1} \rightarrow \boldsymbol{T}_a \qquad (9)$$

Bibliografia

Geladi, P. & H., Grahn *Multivariate Image Analysis*: . First Edition. New York: Ltd, John Wiley \& Sons, 1996. .

Lied, T.T. & Esbensen, K.H. Principles of MIR, multivariate image regression I: Regression typology and representative application studies. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, v. 58, n. 2, p. 213 -- 226, 2001.